

1.) a) $g(x) = 6(x + 2) + 3 + 6$ b) $g(x) = 4(x - 1)^3 - 6(x - 1)^2 + 3$

2.) a) Streckung in y-Richtung mit Faktor 2 b) Streckung in y-Richtung mit Faktor $\frac{1}{2}$ (=Stauchung in y-Richtung mit Faktor 2)

c) Streckung in x-Richtung mit Faktor 4, Spiegelung an der x-Achse, Verschiebung um 3 Einheiten nach unten

d) Verschiebung um 3 Einheiten nach rechts und 5 Einheiten nach oben
(wegen $g(x) = -2(x - 3) + (x - 3) + 5$)

3.) a) $a=2, b=3$ b) $a=b=1$ c) $a=b=-2$

4.)

(1) Der Graph von g entsteht durch Verschiebung um 2 nach rechts und 1 nach oben, $g(x) = (x - 2)^2 + 1$
Der Graph entsteht durch Streckung mit -2 in y-Richtung und Verschiebung um 2 nach links,
 $h(x) = -2(x + 2)^2$

(2) Der Graph von g entsteht durch Verschiebung um 3 nach links und 1 nach unten, $g(x) = (x + 3)^3 - 1$
Der Graph von h entsteht durch Streckung mit Faktor $\frac{1}{2}$ in x-Richtung und Spiegelung an der x-Achse, Tipp:
Auf den Punkt (1|1) auf dem Graphen von f und (-0,5|1) auf dem Graphen von g achten. $h(x) = -(2x)^3$

(3) Der Graph von g entsteht durch Spiegelung an der x-Achse, Verschiebung um 2 nach rechts und 1 nach unten, $g(x) = -(x - 2)^4 - 1$
Der Graph von h entsteht durch Streckung mit Faktor 2 in x-Richtung und Verschiebung um 1 nach oben,
 $h(x) = \left(\frac{1}{2}x\right)^4 + 1$

(4) Der Graph von g entsteht durch Verschiebung um 2 nach unten und Streckung mit Faktor 2 in x-Richtung, $g(x) = \left(\frac{1}{2}x\right)^2 - 1$

Der Graph von h entsteht durch Spiegeln an der y-Achse, anschließende Verschiebung um 1 nach oben und 3 nach links, $h(x) = -(x + 3)^2$

(5) Der Graph von g entsteht durch Verschiebung um 1 nach oben und Streckung mit Faktor 4 in x-Richtung,
 $g(x) = \left(\frac{1}{4}x\right)^3 - 1$

h ist nicht ganz so einfach, sinnvolle Reihenfolge:

Spiegeln an der x-Achse: $g(x) = -x^3 + 2$

Streckung mit Faktor $\frac{1}{2}$ in x-Richtung: $g(x) = -(2x)^3 + 2$

Verschiebung um 1 nach rechts: $g(x) = -(2(x - 1))^3 + 2$

(6) Der Graph von g entsteht durch Streckung in x-Richtung mit Faktor 2, Verschiebung um 3 nach oben und 2 nach links, $g(x) = \left(\frac{1}{2}(x + 2)\right)^4$

Der Graph von h entsteht durch Streckung mit Faktor 3 in x-Richtung und Verschiebung um 4 nach oben,
 $h(x) = \left(\frac{1}{3}x\right)^4 + 1$

Zusatz 1

a) Falsch: Ist x_0 eine Nullstelle von $f(x)$, so auch von $a \cdot f(x)$. Streckt man in x-Richtung, so gibt es zu jeder Nullstelle x_0 von $f(x)$ die Nullstelle $\frac{x_0}{c}$ von $f(c \cdot x)$.

b) Es kommt darauf an: Für ungerades n hat $f(x) = a \cdot x^n + e$ immer genau eine Nullstelle. Für gerades n ändert sich die Anzahl der Nullstellen und kann 0, 1, 2 betragen.

Zusatz 2

Streckung in x-Richtung bei $f(x) = a \cdot x^n$: $f(cx) = a(cx)^n = (ac^n)x^n$. Eine Streckung mit dem Faktor $1/c$ in x-Richtung entspricht bei einer Potenzfunktion n. Grades einer Streckung um den Faktor c^n in y-Richtung.