Was ist eine Funktion?

In Anwendungen kommt es häufig vor, dass eine Größe von einer anderen abhängt. Beispiele:

- Fahrradfahren: Wie weit bin ich nach einer bestimmten Zeit gefahren?
- Energiekosten: Wie viel muss ich für 2.487 kWh "Stromverbrauch" bezahlen?
- Sonnenscheindauer: Wie lang ist der Zeitraum zwischen Sonnenauf- und -untergang an einem bestimmten Tag?

Wichtige Gemeinsamkeit: Man kann sich zu jeder bestimmten Zeit nur an **genau einem** Ort befinden, für jeden "Stromverbrauch" gibt es nur **genau einen** Preis, jeder Tag hat nur **genau eine** Länge.
Zur mathematischen Beschreibung solcher Sachverhalte verwendet man **Funktionen**. Man schreibt

$$\underbrace{f}_{Name} : \underbrace{D_f}_{Definitionsbereich} \to \underbrace{W_f}_{Wertebereich} ;\ \underbrace{x \mapsto \underbrace{f(x) = \underbrace{...}_{Funktionsterm}}_{Funktionsgleichung}}_{Funktionsvorschrift}$$

Der **Definitionsbereich** ist dir vielleicht noch nicht begegnet; er gibt an, welche Werte man für x überhaupt einsetzen darf. Beim "Stromverbrauch" ist es z.B. sinnlos negative Werte einzusetzen, da man nur mindestens gar nichts (0 kWh) verbrauchen kann. Der **Wertebereich** gibt an, welche **Funktionswerte** sich beim Einsetzen von Werten aus D_f ergeben können. Jedem Wert aus dem Definitionsbereich wird **genau ein** Funktionswert zugeordnet.
Der **Funktionsterm** gibt an, wie man an einer Stelle x den Funktionswert $f(x)$ berechnet. Der Kürze halber schreibt man meistens $f(x) = ...$ für eine Funktion. Dabei nimmt man (bzw. das Buch) stillschweigend an, dass man schon weiß, was man für x einsetzen darf. Ohne Angabe ist der Definitionsbereich maximal, d.h. er umfasst alle x-Werte, die man überhaupt in den Funktionsterm einsetzen darf – in den Term $\frac{1}{x}$ darf man z.B. außer 0 alle reellen Zahlen einsetzen.
Der **Graph** von f (Schreibweise G_f) ist die Menge aller Punkte $(x|y)$, deren Koordinaten die Gleichung $y = f(x)$ erfüllen. Wenn man für x auch beliebig große oder kleine Zahlen einsetzen darf, kann man nur einen Ausschnitt des Graphen zeichnen – es gibt schließlich kein unendlich großes Blatt Papier. Es kann auch passieren, dass Funktionswerte sehr schnell schwanken und es keinen Stift gibt, der fein genug wäre, um den Graphen adäquat zu zeichnen. Die Bilder im Buch sind immer eine Vergröberung. Normalerweise sind die Ausschnitte aber so gewählt, dass "alles Wichtige" zu sehen ist.
Die Koordinaten ausgewählter Punkte werden manchmal in einer **Wertetabelle** notiert; dies ist i.d.R. die gröbste Darstellungsform.

Was ist eine Funktion?

In Anwendungen kommt es häufig vor, dass eine Größe von einer anderen abhängt. Beispiele:

- Fahrradfahren: Wie weit bin ich nach einer bestimmten Zeit gefahren?
- Energiekosten: Wie viel muss ich für 2.487 kWh "Stromverbrauch" bezahlen?
- Sonnenscheindauer: Wie lang ist der Zeitraum zwischen Sonnenauf- und -untergang an einem bestimmten Tag?

Wichtige Gemeinsamkeit: Man kann sich zu jeder bestimmten Zeit nur an **genau einem** Ort befinden, für jeden "Stromverbrauch" gibt es nur **genau einen** Preis, jeder Tag hat nur **genau eine** Länge.
Zur mathematischen Beschreibung solcher Sachverhalte verwendet man **Funktionen**. Man schreibt

$$\underbrace{f}_{Name} : \underbrace{D_f}_{Definitionsbereich} \to \underbrace{W_f}_{Wertebereich} \; ; \; \underbrace{x \mapsto \underbrace{f(x) = \underbrace{...}_{Funktionsterm}}_{Funktionsgleichung}}_{Funktionsvorschrift}$$

Der **Definitionsbereich** ist dir vielleicht noch nicht begegnet; er gibt an, welche Werte man für x überhaupt einsetzen darf. Beim "Stromverbrauch" ist es z.B. sinnlos negative Werte einzusetzen, da man nur mindestens gar nichts (0 kWh) verbrauchen kann. Der **Wertebereich** gibt an, welche **Funktionswerte** sich beim Einsetzen von Werten aus D_f ergeben können. Jedem Wert aus dem Definitionsbereich wird **genau ein** Funktionswert zugeordnet.
Der **Funktionsterm** gibt an, wie man an einer Stelle x den Funktionswert $f(x)$ berechnet. Der Kürze halber schreibt man meistens $f(x) = ...$ für eine Funktion. Dabei nimmt man (bzw. das Buch) stillschweigend an, dass man schon weiß, was man für x einsetzen darf. Ohne Angabe ist der Definitionsbereich maximal, d.h. er umfasst alle x-Werte, die man überhaupt in den Funktionsterm einsetzen darf – in den Term $\frac{1}{x}$ darf man z.B. außer 0 alle reellen Zahlen einsetzen.
Der **Graph** von f (Schreibweise G_f) ist die Menge aller Punkte $(x|y)$, deren Koordinaten die Gleichung $y = f(x)$ erfüllen. Wenn man für x auch beliebig große oder kleine Zahlen einsetzen darf, kann man nur einen Ausschnitt des Graphen zeichnen – es gibt schließlich kein unendlich großes Blatt Papier. Es kann auch passieren, dass Funktionswerte sehr schnell schwanken und es keinen Stift gibt, der fein genug wäre, um den Graphen adäquat zu zeichnen. Die Bilder im Buch sind immer eine Vergröberung. Normalerweise sind die Ausschnitte aber so gewählt, dass "alles Wichtige" zu sehen ist.
Die Koordinaten ausgewählter Punkte werden manchmal in einer **Wertetabelle** notiert; dies ist i.d.R. die gröbste Darstellungsform.