Lösung 152/6

a) $P(\text{mindestens eine Sechs}) = 1 - P(\text{keine Sechs}) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^5$

b) Die erste geworfene Zahl ist irrelevant (oder anders formuliert: Mit der Wahrscheinlichkeit 1 erscheint im ersten Wurf irgendeine Zahl). Im zweiten Wurf darf die erste Zahl nicht vorkommen, die Wahrscheinlichkeit hierfür ist $\frac{5}{6}$. Im dritten Wurf dürfen dann bereits zwei zuvor geworfene Augenzahlen nicht vorkommen, die Wahrscheinlichkeit hierfür ist $\frac{4}{6}$. Insgesamt ergibt sich also $P(\text{nur paarweise verschiedene Augenzahlen}) = \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{6}$.

c) Erst im fünften Wurf die erste Sechs zu erzielen bedeutet, dass zuvor viermal keine Sechs gewürfelt wurde (die Wahrscheinlichkeit hiefür ist $\left(\frac{5}{6}\right)^4$) und dann im fünften Wurf eine Sechs fällt (Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{6}$). Daher $P(\overline{6}\overline{6}\overline{6}\overline{6}6) = \left(\frac{5}{6}\right)^4 \cdot \frac{1}{6}$.