

Aufgabe: Nach Einnahme einer halben Koffeintablette sind 100mg Koffein zum Zeitpunkt  $t = 0$  im Körper vorhanden. Nach fünf Stunden ist diese Menge auf ein Drittel abgesunken. Wie viel Koffein wird stündlich abgebaut?

Lösung: Da es sich um exponentielle Abnahme handelt, nimmt die Koffeinmenge stündlich mit einem Wachstumsfaktor  $q < 1$  ab. Wie in der Tabelle angedeutet, beträgt der Wachstumsfaktor für den Zeitraum 5 Stunden gerade  $\frac{1}{3}$ . Das bedeutet insbesondere, dass nach 10 Stunden noch  $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$  der ursprünglichen Menge vorhanden ist.

Zur Beantwortung der Frage beachtet man die kürzeren Pfeile: Um in Einstundenschritten von  $t = 0$  nach  $t = 5$  zu gelangen, sind fünf Schritte notwendig, wobei in jedem Schritt mit dem Faktor  $q$  multipliziert werden muss. Dabei ist zu beachten, dass nach fünf Stunden wie vorgegeben nur noch  $\frac{1}{3}$  der ursprünglichen Menge vorhanden ist. Die zu lösende Gleichung ist daher

$$q \cdot q \cdot q \cdot q \cdot q = q^5 = \frac{1}{3} \quad \Leftrightarrow \quad q = \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{5}} \approx 0.803 .$$

Nach einer Stunde sind noch 80.3% der vorherigen Menge vorhanden, m.a.W. werden also 19.7% pro Stunde abgebaut.

$t$	0	1	2	3	4	5
$B(t)$	100					$\frac{100}{3}$