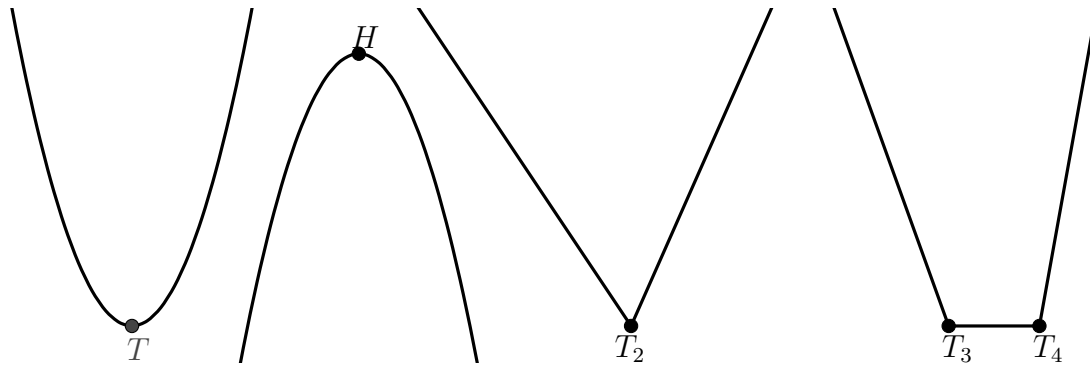


Extrempunkte

Die Abbildung zeigt Ausschnitte von vier verschiedenen Funktionsgraphen:



T und H sind das, was man anschaulich als Tief- und Hochpunkte bezeichnet. Sie zeichnen sich dadurch aus, dass sie in einer Umgebung den kleinsten bzw. den größten y -Wert haben. Wenn man diese Definition akzeptiert, so ist T_2 auch ein Tiefpunkt.

Bei T_3 und T_4 ist die Situation anders: In einer Umgebung haben sie nicht den kleinsten y -Wert, denn Punkte “rechts” von T_3 und “links” von T_4 haben denselben y -Wert. Sie zeichnen sich aber dadurch aus, dass es in einer Umgebung zumindest keine Punkte mit noch kleineren y -Werten gibt.

Ob man letztere auch als Tiefpunkte bezeichnet ist Konventionssache; die große Mehrheit der Mathematiker tut dies. Damit man T und T_2 trotzdem von T_3 und T_4 abgrenzen kann, bezeichnet man sie als *isolierte* Tiefpunkte¹.

Hat ein Tiefpunkt des Graphen einer Funktion f nun die Koordinaten $(x_0|f(x_0))$, so bezeichnet man x_0 als lokale Minimalstelle und den Funktionswert $f(x_0)$ als *lokales Minimum*. Überträgt man die Anschauung nun auf die Ebene der Funktion, so definiert man präzise:

x_0 heißt lokale Minimalstelle einer Funktion f , wenn es ein offenes Intervall I gibt, das x_0 enthält und für das $f(x_0) \leq f(x)$ gilt.

Dieses offene Intervall heißt Umgebung von x_0 . Das Intervall muss offen sein, da x_0 sonst am Rand liegen könnte und es dann nicht mehr sinnvoll wäre, von Stellen “links” bzw. “rechts” von x_0 zu sprechen.

x_0 heißt isolierte lokale Minimalstelle einer Funktion f , wenn es ein offenes Intervall I gibt, das x_0 enthält und für das $f(x_0) < f(x)$ für $x \neq x_0$ gilt.

In der gleichen Weise definiert man (isolierte) lokale Maxima bzw. Maximalstellen. Man fasst Maximal- und Minimalstellen unter dem Begriff *Extremalstellen* zusammen, ebenso Maxima und Minima unter *Extrema*. Hoch- und Tiefpunkte sind dementsprechend *Extrempunkte*.

¹Vorsicht: Neuere Ausgaben des Schulbuchs brechen mit dieser Konvention und lassen das Adjektiv “isoliert” weg!