

Studienaufgaben 25.09.2019

Leider kann ich heute nicht unterrichten – in meiner eigenen Klasse findet zeitgleich eine Abschlussprüfung statt.

Du sollst Dich selbstständig mit dem Millikan-Versuch beschäftigen. Dazu habe ich einen erklärenden Text verfasst, da das Schulbuch hier nicht ausführlich genug ist.

- Arbeite den Text durch (=lesen, verstehen, erklären können) und bearbeite die im Text enthaltenen Aufgaben schriftlich.
- Du musst darauf vorbereitet sein, am Donnerstag die grundlegenden Fakten zum Millikan-Versuch in einem Kurzvortrag wiedergeben zu können:
 - o Was ist das Ziel des Versuchs?
 - o Wie ist der Versuch aufgebaut?
 - o Welche Kräfte wirken auf das Öltröpfchen?
 - o Warum reicht es nicht, ein Öltröpfchen zum Schweben zu bringen, sondern muss zusätzlich noch das Sinktempo messen?

Zur Illustration:

Handelsüblicher Versuchsaufbau

<https://www.leybold-shop.de/physik/geraete/atom-und-kernphysik/grundlagen/millikan-versuch/millikan-geraet-559412.html>

Blick durchs Okular des Messmikroskops

(Achtung: oben und unten sind beim Blick durch das Okular vertauscht!)

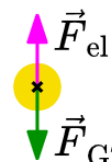
<https://www.youtube.com/watch?v=OcqRKPIZlp4>

Messung der Elementarladung – Der Millikan-Versuch

1910 gelang es Millikan und Fletcher, einen sehr genauen Wert für die sog. Elementarladung zu messen und gleichzeitig starke Belege dafür zu liefern, dass Ladungen stets nur als ganzzahlige Vielfache dieser Elementarladung vorkommen können.

Die **Grundidee des Versuchs** ist denkbar einfach: In einen Plattenkondensator mit horizontalen Platten werden Öltröpfchen gesprüht, die sich beim Austritt aus der Sprühdüse leicht elektrisch aufladen. Die Spannung am Kondensator wird nun so eingestellt, dass das beobachtete Öltröpfchen schwebt.

- a) Begründe, warum dann mit nebenstehenden Bezeichnungen für die Beträge der Kräfte $F_{G'} = F_{el}$ gelten muss.



Wenn man die Kraft $F_{G'}$ messen könnte, wäre man fertig, denn in der Formel $F_{el} = qU$ wäre dann nur noch die Ladung q unbekannt und könnte sofort berechnet werden.

Dies ist aus zwei Gründen nicht möglich:

- 1.) Auf das Öltröpfchen wirkt nicht nur die Gewichtskraft, sondern auch die Auftriebskraft. Letztere kennst Du z.B. aus dem Schwimmbad. Sie sorgt für das Gefühl, „im Wasser leichter zu sein“.
- 2.) Selbst wenn nur die Gewichtskraft nach unten wirken würde, könnte man die Masse des Öltröpfchens nicht einfach mit Hilfe einer Waage messen.

Den Betrag der Kraft $F_{G'}$ kann man aus der nach unten wirkende Gewichtskraft- und der nach oben wirkenden Auftriebskraft ermitteln: $F_{G'} = F_G - F_A$.

Die Auftriebskraft entspricht der Gewichtskraft der Luft, die sich normalerweise am Ort des Öltröpfchens befinden würde. Zur Berechnung gehen wir davon aus, dass das Öltröpfchen kugelförmig mit Radius r ist: $V_{\text{Öl}} = \frac{4}{3}\pi r^3$. Mit der Definition der Dichte als Masse pro Volumen ergibt sich:

$$F_G = m_{\text{Öl}}g = \rho_{\text{Öl}}V_{\text{Öl}}g = \rho_{\text{Öl}} \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 g$$

$$F_A = m_{\text{Luft}}g = \rho_{\text{Luft}} \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 g$$

und damit

$$F_{G'} = F_G - F_A = (\rho_{\text{Öl}} - \rho_{\text{Luft}}) \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 g = qU \quad (*)$$

Die vorkommenden Dichten sind leicht zu messen, g ist bekannt, aber der Radius r des Tröpfchens kann nicht einfach durch Beobachtung des Öltröpfchens bestimmt werden.

Zusammenfassend: Wenn der Radius der Tröpfchens bekannt wäre, könnte man aus dem Kräftegleichgewicht zwischen $F_{G'}$ und F_{el} sofort die Ladung des Tröpfchens berechnen.

Zur Bestimmung des Radius wird folgender Trick angewandt: Wenn man die Spannungsquelle abschaltet, beginnt das Tröpfchen zu fallen. Nach unten wirkt die Kraft $F_{G'}$, und nach oben wirkt die entgegen gerichtete Reibungskraft F_R .

- b) Erkläre, warum sich nach einiger Zeit eine Fallbewegung mit konstanter Geschwindigkeit einstellt. Tipp: Denke ans Fallschirmspringen.

Die Reibungskraft lässt sich mit der Formel $F_R = 6\pi\eta r v$ berechnen. Dabei ist v das Tempo der Abwärtsbewegung. η ist die sog. Viskosität (Zähigkeit) des Mediums, in dem die Bewegung stattfindet. Das Tempo des fallenden Öltröpfchens lässt sich experimentell sehr leicht bestimmen, indem man es durch eine Lupe mit Skala beobachtet und die Zeit stoppt.

Dieser Überlegung nach sollte daher bei konstantem Falltempo gelten:

$$F_R = F_{G'}$$

$$6\pi\eta r v = (\rho_{\text{Öl}} - \rho_{\text{Luft}}) \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 g \quad (**)$$

$$\Leftrightarrow r = \sqrt{\frac{9\pi\eta v}{2(\rho_{\text{Öl}} - \rho_{\text{Luft}})\pi g}}$$

Auch diese Überlegung reicht für eine exakte Auswertung des Versuchs noch nicht aus. Die Öltröpfchen sind so klein, dass sie in derselben Größenordnung liegen wie die mittlere Distanz, die Luftmoleküle zwischen zwei Zusammenstößen zurücklegen. Aus diesem Grund muss die Viskosität korrigiert werden:

$$\eta' = \eta \cdot \frac{1}{1 + \frac{A}{r}} \quad \text{mit } A = 6.25 \cdot 10^{-8} \text{ m.}$$

Die Gleichung $F_R = F_{G'}$ hat nun eine etwas kompliziertere Form und kann nicht mehr einfach durch Wurzelziehen gelöst werden.

- c) Durch Einsetzen des Terms für η' hat die Gleichung die folgende Form:

$$c_1 \cdot \frac{1}{1 + \frac{A}{r}} \cdot r = c_2 \cdot r^3.$$

Gib durch Vergleich mit (**) die Werte für die Konstanten c_1, c_2 an.

- d) Bringe die Gleichung aus c) durch Umformen auf die Form $r^2 + Ar - \frac{c_1}{c_2} = 0$.

Die Gleichung aus d) kann man mit der pq-Formel lösen und erhält die Lösung (r darf nicht negativ werden, daher ist nur eine Lösung physikalisch sinnvoll):

$$r = -\frac{A}{2} + \sqrt{\frac{A^2}{4} + \frac{c_1}{c_2}}$$

Wenn man nun c_1 und c_2 wieder ersetzt, kann man aus dem Messwert für das Sinktempo v den Tröpfchenradius berechnen. Mit Hilfe von (*) ergibt sich dann der Wert für die Tröpfchenladung q .